

**Klausur zur Vorlesung Planung und Entscheidung**  
**Prof. Dr. M. Nell**  
**WiSe 2001/2002**  
**21. März 2002**

Von den folgenden fünf Aufgaben sind vier zu bearbeiten. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so wird Aufgabe 5 in der Bewertung nicht berücksichtigt. Die erzielbare Punktzahl pro Aufgabe beträgt 20 Punkte, so dass insgesamt 80 Punkte erreicht werden können. Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Als Hilfsmittel ist nur ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner zugelassen. Viel Erfolg!

---

**Aufgabe 1:**

Einem Entscheider stehen folgende Alternativen zur Verfügung. Die Ergebnisse entsprechen Gewinnen. Der Entscheider zieht höhere Gewinne niedrigeren vor.

	S <sub>1</sub> p(S <sub>1</sub> )=0,25	S <sub>2</sub> p(S <sub>2</sub> )=0,5	S <sub>3</sub> p(S <sub>3</sub> )=0,25
a <sub>1</sub>	0	40	0
a <sub>2</sub>	30	30	30
a <sub>3</sub>	40	20	40
a <sub>4</sub>	10	40	10

- a) Welche Alternative wählt ein risikoneutraler Entscheider? (2 Punkte)
- b) Welche Alternativen lassen sich nach dem Kriterium der
- Zustandsdominanz,
  - Wahrscheinlichkeitsdominanz und
  - Risikodominanz (mean preserving spread)
- ausschließen? (6 Punkte)
- c) Veranschaulichen Sie die Alternativen und die Indifferenzkurven in einem  $(\mu, \sigma^2)$ -Diagramm. Welche Alternative wählt ein Entscheider mit der Präferenzfunktion  $\Phi(\mu, \sigma) = 10\mu - \sigma^2$ ? (12 Punkte)

## Aufgabe 2:

Nehmen Sie an, die Bernoulli-Nutzenfunktion eines Entscheiders sei  $u(x) = \sqrt{x}$ .

- a) Ermitteln Sie das Arrow-Pratt-Maß für die lokale, absolute und relative Risikoaversion des Entscheiders an der Stelle  $x=9$  und erläutern Sie deren Bedeutungen. (5 Punkte)
- b) Berechnen Sie das Sicherheitsäquivalent und die Risikoprämie des Entscheiders für die Lotterie  
$$\tilde{x} = \begin{cases} x = 16 & p = 0,5 \\ x = 40 & p = 0,5 \end{cases}$$
wobei der Entscheider bereits ein sicheres Vermögen von 9 besitzt. Erläutern Sie die Bedeutung der berechneten Größen für den Entscheider. (4 Punkte)
- c) Erläutern Sie den Unterschied zwischen Sicherheitsäquivalent und Einsatz. In welchen Fällen entsprechen sich beide Größen? (6 Punkte)
- d) Sie möchten nun den Nutzen des Entscheiders aus dem sicheren Vermögen von  $x=9$  auf null und den Nutzen des Sicherheitsäquivalents der Lotterie aus Aufgabenteil b) auf eins normieren. Transformieren Sie die Bernoulli-Nutzenfunktion des Entscheiders so, dass die Normierung keine Auswirkungen auf die Risikoaversionskoeffizienten hat. (5 Punkte)

## Aufgabe 3:

- a) Der erwartete Nutzen eines Bernoulli-Entscheiders sei

$$EU = p_h \cdot u(400) + p_m \cdot u(300) + p_n \cdot u(100)$$

Skizzieren Sie die Indifferenzkurven des Entscheiders bei Risikoneutralität bzw. Risikoaversion im Drei-Ergebnis-Diagramm und kennzeichnen Sie die Indifferenzkurven mit steigender Präferenz. Erläutern Sie den allgemeinen Verlauf der Indifferenzkurven anhand ihrer Funktionsgleichung. (10 Punkte)

- b) Skizzieren Sie den Verlauf der Indifferenzkurven im Rahmen
- von Fanning-Out und
  - der Prospect-Theorie
- in einem Drei-Ergebnis-Diagramm. Erläutern Sie die Gründe für den unterschiedlichen Verlauf der Indifferenzkurven im Vergleich zu denen aus Aufgabenteil a). (10 Punkte)

#### **Aufgabe 4:**

Ein risikoneutraler Produzent benötigt je nach Auftragslage 100 oder 200 Einheiten einer Komponente. Der Produzent muss sich zwischen drei Lieferanten entscheiden, bevor er seine konkrete Auftragslage kennt. Der Lieferant A fordert einen Stückpreis von € 15. Der Lieferant B ist bereit, die ersten 100 Einheiten zum Stückpreis von € 20, die zweiten 100 Einheiten jedoch zu einem Stückpreis von € 5 zu liefern. Ein Lieferant C fordert einen Stückpreis von € 10, wobei er für die Lieferung einen Fixbetrag von € 1.000 verlangt.

Der Produzent hält die Ausprägungen der Liefermengen (100 oder 200 Mengeneinheiten) für gleichwahrscheinlich.

- a) Stellen Sie die Entscheidungsmatrix des Entscheiders auf und ermitteln Sie eine erwartete, kostenminimale Alternative. *(3 Punkte)*
  
- b) Der Produzent hat die Möglichkeit, ein Marktforschungsinstitut mit der Erkundung der voraussichtlichen Auftragslage zu beauftragen. Geben Sie ohne Kenntnis der Qualität der Marktforschung an, in welchem Intervall der erwartete Wert der Information liegen muss. *(5 Punkte)*
  
- c) Der Produzent rechnet damit, dass das Marktforschungsinstitut entweder eine günstige oder eine ungünstige Auftragslage meldet. Unter der Bedingung, dass eine Liefermenge von 100 Einheiten (bzw. 200 Einheiten) benötigt wird, nennt das Marktforschungsinstitut im Urteil des Produzenten die günstige Auftragslage mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,4 (bzw. 0,6). Lohnt sich die Beauftragung des Marktforschungsinstituts aus Sicht des Produzenten, wenn er für die Information € 40 an das Marktforschungsinstitut bezahlen muss?

Verwenden Sie weiterhin das Ziel der Minimierung der erwarteten Kosten für den Produzenten. Begründen Sie Ihre Antwort durch eine ausführliche Berechnung.

*(12 Punkte)*

### Aufgabe 5:

Bei der Entscheidung durch eine Gruppe stellt sich das Problem, wie die kollektive Präferenzordnung der Gruppe aus den individuellen Präferenzordnungen der Gruppenmitglieder generiert wird. Arrow hat gezeigt, dass es keinen Aggregationsmechanismus gibt, der bestimmten, plausiblen Anforderungen genügt. In den unteren Beispielen sind die Gruppenmitglieder mit M und die Alternativen mit A bezeichnet.

- a) Erläutern Sie kurz das „Pareto-Prinzip“ (*Axiom P*). Zeigen Sie anhand des folgenden Beispiels, dass diese Anforderung beim *Single-Vote-Kriterium* nicht erfüllt ist. (6 Punkte)

M1	M2	M3
A1	A1	A2
A2	A2	A3
A3	A3	A1
A4	A4	A4

- b) Erläutern Sie kurz das „Ordnungsprinzip“ (*Axiom O*) mit seinen beiden Anforderungen. Zeigen Sie, dass auch das *Kriterium des Paarweisen Vergleichs (Mehrheitsregel)* den Anforderungen Arrows nicht genügt, indem Sie für das folgende Beispiel zwei unterschiedliche kollektive Präferenzordnungen herleiten. Erläutern Sie kurz, warum das Ordnungsprinzip im unteren Beispiel nicht erfüllt ist. (8 Punkte)

M1	M2	M3
A1	A3	A2
A2	A1	A3
A3	A2	A1

- c) Welche Auswirkungen kann strategisches Verhalten eines einzelnen Gruppenmitglieds beim Borda-Kriterium haben? Wie kann M3 aus Aufgabenteil a) seine „Lieblingsalternative“ A2 durchsetzen? (6 Punkte)