

**Klausur zur Vorlesung Planung und Entscheidung**  
**Prof. Dr. M. Nell**  
**WiSe 2002/03**  
**27. März 2003**

Von den folgenden fünf Aufgaben sind vier zu bearbeiten. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so wird Aufgabe 5 in der Bewertung nicht berücksichtigt. Die erzielbare Punktzahl pro Aufgabe beträgt 20 Punkte, so dass insgesamt 80 Punkte erzielt werden können. Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Einzig zugelassene Hilfsmittel sind Stifte, ein nicht-programmierbarer Taschenrechner und ein Lineal. Viel Erfolg!

---

**Aufgabe 1:**

- a) Grenzen Sie kurz die drei unterschiedlichen Ansätze der Entscheidungstheorie voneinander ab, und erklären Sie kurz, welche Auswirkungen empirische Befunde wie beispielsweise zum Allais- oder Ellsbergparadoxon auf das Bernoulli-Prinzip haben. *(8 Punkte)*
- b) Erläutern Sie kurz die Konzepte bzw. Interpretationen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs und diskutieren Sie deren Anwendbarkeit bei entscheidungstheoretischen Problemen. *(7 Punkte)*
- c) Unter welcher Bedingung beziehen Entscheider eine kostenlose Information in ihre Entscheidung ein, und unter welcher zusätzlichen Bedingung stiftet diese Information für Entscheider einen positiven Nutzen? *(5 Punkte)*

**Aufgabe 2:**

Gegeben sei das folgende Spiel in Normalform:

		Spieler 2	
		L	R
Spieler 1	O	(0/2)	(0/2)
	M	(3/1)	(1/0)
	U	(-1/-1)	(4/3)

- a) Ermitteln Sie alle besten Antworten (in reinen Strategien) der Spieler und überprüfen Sie, ob sich das Spiel in irgendeiner Form vereinfachen lässt. *(4 Punkte)*
- b) Ermitteln Sie alle Nash-Gleichgewichte des Spiels. *(5 Punkte)*
- c) Gehen Sie davon aus, dass Spieler 1 zunächst seine Strategie wählt und Spieler 2 die Strategiewahl von Spieler 1 beobachten kann, bevor dieser am Zug ist. Stellen Sie das Spiel in geeigneter Form dar und ermitteln Sie das Gleichgewicht des Spiels. Erläutern Sie kurz Ihr Vorgehen! *(6 Punkte)*

- d) Gehen Sie nun davon aus, dass Spieler 1 zunächst seine Strategie wählt und Spieler 2 vor seinem Zug nur beobachten kann, ob Spieler 1 seine Strategie O gewählt hat oder nicht. Erläutern Sie kurz rein verbal, wie sich das Gleichgewicht dieses Spiels grundsätzlich ermitteln lässt. (5 Punkte)

### Aufgabe 3:

- a) Gegeben seien die beiden folgenden Entscheidungsprobleme:

I. Entscheidungsproblem:  $\tilde{X}_A$  : ein sicherer Gewinn von € 5.000;

$\tilde{X}_B$  : (€ 8.000; 0,5; € 2.000).

II. Entscheidungsproblem: Der Entscheider erhält € 8.000; dann stehen zur Auswahl:

$\tilde{X}_C$  : (€ 0; 0,5; € -6.000);

$\tilde{X}_D$  : ein sicherer Verlust von € 3.000.

1. Begründen Sie kurz, welche Präferenzordnungen mit dem Bernoulli-Prinzip zu vereinbaren sind? (4 Punkte)
2. Erläutern Sie kurz, welche Präferenzordnungen mit der Prospect-Theory zu vereinbaren sind. Gehen Sie dabei kurz auf die Unterschiede zu den Ergebnissen aus 1. ein und unterstützen Sie Ihre Argumentation durch eine allgemeine Graphik. Hinweis: Vernachlässigen Sie bei Ihrer Antwort die Modifizierung der Wahrscheinlichkeiten. (6 Punkte)

- b) Gegeben sei eine Urne mit 50 Kugeln über die bekannt ist, dass 20 der Kugeln grün sind. Die restlichen 30 Kugeln sind entweder weiß oder blau, wobei das Mischungsverhältnis nicht bekannt ist. Es stehen jeweils zwei Alternativenpaare zur Verfügung, wobei die Gewinnbeträge in allen Fällen identisch sind.

I. Alternativenpaar:  $\tilde{X}_1$  : Man gewinnt, falls eine grüne Kugel gezogen wird;

$\tilde{X}_2$  : Man gewinnt, falls eine weiße Kugel gezogen wird.

II. Alternativenpaar:  $\tilde{X}_3$  : Man gewinnt, falls eine grüne oder eine blaue Kugel gezogen wird;

$\tilde{X}_4$  : Man gewinnt, falls eine weiße oder eine blaue Kugel gezogen wird.

1. Welches tatsächliches Entscheidungsverhalten ist bei der Mehrzahl von Entscheidern zu erwarten, und um welches Phänomen handelt es sich hierbei? (2 Punkte)
2. Erläutern Sie, warum es beim Entscheidungsverhalten aus 1. bei Entscheidern zu Konsistenzproblemen bei der Beurteilung von Wahrscheinlichkeiten kommt.

(8 Punkte)

#### Aufgabe 4:

Einem Entscheider stehen die folgenden drei Handlungsalternativen zur Verfügung:

	$\tilde{X}_1$		$\tilde{X}_2$		$\tilde{X}_3$		
$x$	0	1.000	0	3.000	0	1.000	3.000
$p(x)$	0,4	0,6	0,8	0,2	0,6	0,3	0,1

- a) Berechnen Sie die Erwartungswerte und Varianzen der drei Alternativen und geben Sie die jeweils optimalen Alternativen für einen risikoneutralen und einen risikoaversen Entscheider gemäß dem  $\mu$ - $\sigma$ -Kriterium an. (6 Punkte)
- b) Begründen Sie kurz, unter Einbeziehung der Axiome zur Herleitung des Bernoulli-Prinzips, ob ein Bernoulli-Entscheider die Alternative  $\tilde{X}_3$  unberücksichtigt lassen kann. (4 Punkte)
- c) Erläutern Sie kurz das Konzept der Zustands- und Wahrscheinlichkeitsdominanz und deren Beziehung zueinander. (6 Punkte)
- d) Kann es sein, dass ein Bernoulli-Entscheider mit einer streng monoton wachsenden Nutzenfunktion eine gemäß Wahrscheinlichkeitsdominanz dominierte Alternative wählt? Begründen Sie kurz Ihre Antwort. (4 Punkte)

#### Aufgabe 5:

- a) Sie und ein Freund haben jeweils ein Unternehmen gegründet, von dem Sie beide jeweils alleinige Eigentümer sind. Jedes Unternehmen kann mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit entweder erfolgreich oder nicht erfolgreich sein, wobei der Erfolg der Unternehmen voneinander unabhängig sei. Im Falle des Erfolgs hat jeder Eigentümer ein Vermögen von € 500.000, andernfalls ein Vermögen von € 50.000. Ihr Freund schlägt vor, die Anteile Ihrer Unternehmen zusammenzulegen und Ihre jeweiligen Vermögen fair aufzuteilen. Gehen Sie davon aus, dass Sie ein risikoaverser Bernoulli-Entscheider sind. Ist es für Sie besser, Ihr gemeinsames Vermögen zu teilen oder alleiniger Eigentümer Ihrer Firma zu bleiben? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe eines Drei-Ergebnis-Diagramms! (9 Punkte)

b) Der risikoaverse Paule Batz mit der Bernoulli-Nutzenfunktion  $u(x) = \sqrt{x}$  verfüge über ein sicheres Vermögen von € 50.000 und ein Auto mit einem Zeitwert von € 8.000, das mit der Wahrscheinlichkeit  $p = 0,7$  einen Defekt erleidet, der durch eine € 5.000 teure Reparatur vollständig behoben werden kann. Der gewiefte risikoneutrale Autohändler Schnalli möchte unbedingt mit Batz ins Geschäft kommen.

1. Welchen Kaufpreis muss Schnalli mindestens anbieten, damit Batz seinen Wagen verkauft? Erläutern Sie bei Ihrer Antwort kurz die hier relevante entscheidungstheoretische Größe. *(4 Punkte)*
2. Wie verändert sich der Kaufpreis, den Schnalli anbieten muss, wenn das Vermögen von Batz sinkt? Begründen Sie kurz Ihre Antwort. *(3 Punkte)*
3. Welchen Preis darf Schnalli höchstens für eine Garantie verlangen, bei der Batz für keinerlei Reparaturkosten aufkommen muss? Wie hoch ist Schnallis Gewinn und welcher entscheidungstheoretischen Größe entspricht dieser? *(4 Punkte)*