

**Lösung:**

**1.Preiseffekte:** Der Preisindex sei  $P = P_i^{0,8} P_q^{0,2}$ . Das inländische Gut wird unter Verwendung von Vorleistungen produziert, so dass gilt:  $P_i = w^{0,9} P_q^{0,1}$ . Es kommt zu einer Abwertung um 10%.

**a) Zeigen Sie, dass der Preisindex aus einer Nutzenfunktion  $c = c_i^{0,8} c_q^{0,2}$  folgt.**

Maximiere  $c$  unter Beachtung der Budgetrestriktion  $pc = p_i c_i + p_q c_q$

$$L = c_i^\alpha c_q^{1-\alpha} + \lambda \cdot (pc - p_i c_i - p_q c_q)$$

$$\frac{\partial L}{\partial c_i} = \alpha \cdot c_i^{\alpha-1} \cdot c_q^{1-\alpha} - \lambda \cdot p_i = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial c_q} = c_i^\alpha \cdot (1-\alpha) \cdot c_q^{-\alpha} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = pc - p_i c_i - p_q c_q = 0$$

$$\lambda \cdot p_i = \alpha \cdot c_i^{\alpha-1} \cdot c_q^{1-\alpha} \Rightarrow \lambda = \frac{\alpha \cdot c_i^{\alpha-1} \cdot c_q^{1-\alpha}}{p_i}$$

$$c_i^\alpha \cdot (1-\alpha) \cdot c_q^{-\alpha} = \frac{\alpha \cdot c_i^{\alpha-1} \cdot c_q^{1-\alpha}}{p_i} \cdot p_q \Rightarrow c_q = \frac{p_i \cdot (1-\alpha)}{\alpha \cdot p_q} \cdot c_i \text{ und } \Rightarrow c_i = \frac{\alpha \cdot p_q c_q}{(1-\alpha) \cdot p_i}$$

$$pc = p_i c_i + p_q c_q = p_i c_i + p_q \cdot \frac{p_i \cdot (1-\alpha)}{\alpha \cdot p_q} \cdot c_i \Rightarrow pc = \frac{p_i c_i}{\alpha}$$

$$pc = \frac{p_i \cdot \alpha \cdot p_q c_q}{\alpha \cdot (1-\alpha) \cdot p_i} \Rightarrow p_q c_q = (1-\alpha) \cdot pc \Rightarrow c_q = \frac{(1-\alpha) \cdot pc}{p_q}$$

Einsetzen in die Nutzenfunktion:

$$c = \left(\frac{\alpha \cdot pc}{p_i}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{(1-\alpha) \cdot pc}{p_q}\right)^{1-\alpha} \text{ Normieren } c=1$$

$$p_i^\alpha p_q^{1-\alpha} = \alpha^\alpha \cdot (1-\alpha)^{1-\alpha} \cdot p \Rightarrow p = p_i^\alpha p_q^{1-\alpha} \cdot \alpha^{-\alpha} \cdot (1-\alpha)^{\alpha-1}$$

$$\alpha^{-\alpha} \cdot (1-\alpha)^{\alpha-1} = \text{Konstante durchs Normieren}$$

$$\Rightarrow p = p_i^\alpha p_q^{1-\alpha}$$

**b) Bestimmen Sie den direkten Effekt der Abwertung auf die Konsumenten-Inflationsrate.**

$$p = p_i^\alpha p_q^{1-\alpha} \text{ mit } p_q = e \cdot p_q^* \Rightarrow \hat{p} = \alpha \cdot \hat{p}_i + (1-\alpha) \hat{p}_q = \alpha \cdot \hat{p}_i + (1-\alpha) \hat{e} + (1-\alpha) \hat{p}_q^*$$

$$\hat{p}_i = 0 \quad \hat{p}_q^* = 0 \quad \hat{e} = 0,1 \Rightarrow \hat{p} = (1 - 0,8) \cdot 0,1 = \underline{0,02}$$

c) Der Preis importierter Güter in Auslandswährung steigt um 20%. Wie stark steigt der Preis dieser Güter in Inlandswährung? Bestimmen Sie den direkten Effekt auf die Konsumenten-Inflationsrate!

$$\hat{p}_q^* = 0,2 \quad \text{mit } p_q = e \cdot p_q^* \Rightarrow \hat{p}_q = \hat{e} + \hat{p}_q^* = 0,1 + 0,2 = \underline{0,3}$$

$$\hat{p} = (1 - \alpha) \cdot \hat{e} + (1 - \alpha) \cdot \hat{p}_q^* = 0,2 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,2 = \underline{0,06}$$

d) Bestimmen Sie den Effekt der Abwertung auf die Produzenten-Inflationsrate!

$$p_i = w^\beta \cdot p_q^{1-\beta} \Rightarrow \hat{p}_i = \beta \cdot \hat{w} + (1 - \beta) \cdot \hat{p}_q = \beta \cdot \hat{w} + (1 - \beta) \cdot \hat{e} + (1 - \beta) \cdot \hat{p}_q^*$$

$$\hat{w} = 0 \quad \hat{p}_q^* = 0,2 \Rightarrow \hat{p}_i = (1 - \beta) \cdot \hat{e} + (1 - \beta) \hat{p}_q^* = (1 - 0,9) \cdot 0,1 + (1 - 0,9) \cdot 0,2 = \underline{0,03}$$

e) Bestimmen Sie den Gesamteffekt der Abwertung auf die Konsumenten-Inflationsrate!

$$\hat{p} = \alpha \cdot \hat{p}_i + (1 - \alpha) \cdot \hat{p}_q, \text{ durch einsetzen von } \hat{p}_i = \beta \cdot \hat{w} + (1 - \beta) \cdot \hat{e} + (1 - \beta) \cdot \hat{p}_q^* \text{ ergibt:}$$

$$\hat{p} = \alpha\beta\hat{w} + \alpha\hat{e} - \alpha\beta\hat{e} + \alpha\hat{p}_q^* - \alpha\beta\hat{p}_q^* + \hat{e} - \alpha\hat{e} + \hat{p}_q - \alpha\hat{p}_q^* = \alpha\beta\hat{w} + (1 - \alpha\beta)\hat{e} + (1 - \alpha\beta)\hat{p}_q^*$$

$$\hat{w} = 0 \Rightarrow \hat{p} = (1 - \alpha\beta)\hat{e} + (1 - \alpha\beta)\hat{p}_q^* = (1 - 0,8 \cdot 0,9) \cdot 0,1 + (1 - 0,8 \cdot 0,9) \cdot 0,2 = \underline{0,084}$$

f) Angenommen, der Reallohn bleibt konstant. Bestimmen Sie den Effekt auf die Inflationsrate!

Reallohn:  $\frac{w}{p}$  damit dieser konstant bleibt müssen w und p gleich wachsen  $\Rightarrow \hat{w} = \hat{p}$

$$\Rightarrow \hat{p} = \alpha\beta\hat{p} + (1 - \alpha\beta)\hat{e} + (1 - \alpha\beta)\hat{p}_q^* \Rightarrow (1 - \alpha\beta)\hat{p} = (1 - \alpha\beta)\hat{e} + (1 - \alpha\beta)\hat{p}_q^*$$

$$\Rightarrow \hat{p} = \hat{e} + \hat{p}_q^* = 0,1 + 0,2 = \underline{0,3}$$

**2. Das Mundell-Fleming Modell: Betrachtet wird eine kleine offene Wirtschaft mit perfekter Kapitalmobilität und flexiblem Wechselkurs. Die Wirtschaft befindet sich im langfristigen Gleichgewicht. Der Auslandszins sinkt. Stellen Sie das Diagramm und die Kausalketten dar!**

a) Welche Wirkungen treten kurzfristig ein?

kurzfristig: 1)  $i > i^* \Rightarrow$  Kapitalzufluss  $\Rightarrow$  Aufwertung  $e \downarrow \Rightarrow \frac{ep^*}{p} \downarrow \Rightarrow x \downarrow \Rightarrow$

IS-Kurve nach links bis  $i = i^* \Rightarrow Y \downarrow$

b) Welche Anpassungsprozesse werden mittelfristig ausgelöst?

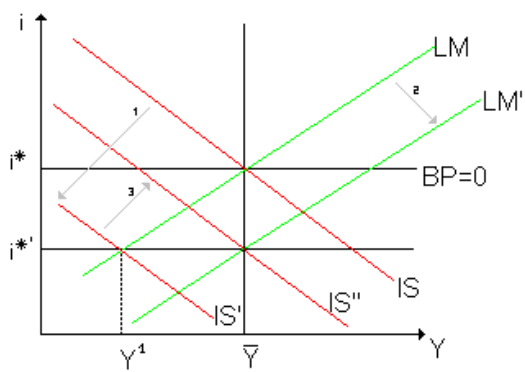
mittelfristig: 2)  $\bar{Y} > Y \Rightarrow$  Arbeitslosigkeit  $\Rightarrow p \downarrow w \downarrow$   
 $\frac{M}{p} = L \uparrow \Rightarrow$  LM-Kurve nach rechts

$$3) \quad i < i^* \Rightarrow \text{Kapitalabfluss} \Rightarrow \text{Abwertung } e \uparrow \Rightarrow \frac{e \uparrow p^*}{p \downarrow} \uparrow \Rightarrow x \uparrow \Rightarrow$$

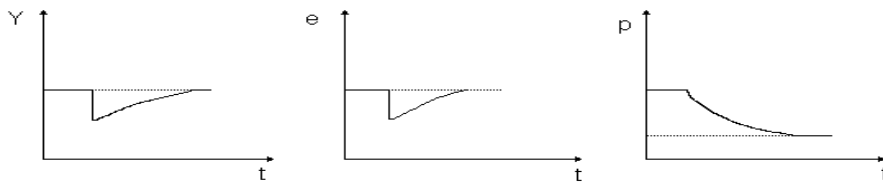
IS-Kurve nach rechts bis  $i = i^*$

**c) Wohin konvergiert der Prozess langfristig? Vergleichen Sie Einkommen, Preis und Wechselkurs vor und nach dem Schock. Stellen Sie die Zeitpfade dar!**

langfristig:  $i = i^* \quad \bar{Y} = Y$

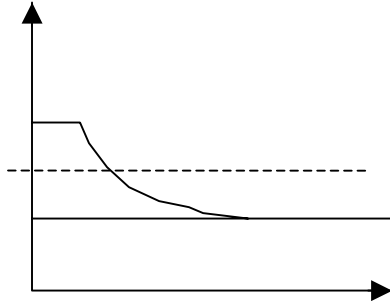


$$Y_\infty = Y_0 \quad p_\infty < p_0 \quad e_\infty = e_0$$



d) Untersuchen Sie ob Geldpolitik den Anpassungsprozess beschleunigen kann. Zeichnen Sie dazu ein Diagramm

$$\frac{M \uparrow}{p \downarrow} = L \uparrow \uparrow \uparrow$$



Die gestrichelte Linie kennzeichnet die gestiegene Geldmenge.

3. Das Modell der Währungsunion. Betrachtet wird eine kleine Währungsunion mit perfekter Kapitalmobilität.

	Land1	Land2
Konsum	$C_1 = \bar{C} + cY_1$	$C_2 = \bar{C} + cY_2$
Investition	$I_1 = \bar{I}$	$I_2 = \bar{I}$
Export innerhalb der Union	$X_{1,2} = mY_2$	$X_{2,1} = mY_1$
Export außerhalb der Union	$X_{1,3} = he$	$X_{2,3} = he$
Import	$Q_1 = qY_1$	$Q_2 = qY_2$
Staatskäufe	$G_1 = \bar{G}$	$G_2 = \bar{G}$
Geldnachfrage	$L_1 = kY_1$	$L_2 = kY_2$
Geldangebot	$M = \bar{M}$	

a) Bestimmen Sie das Einkommen in der Union und in den beiden Ländern!

$$M = \bar{M} = L_1 + L_2 = k \cdot (Y_1 + Y_2) \Rightarrow Y_1 + Y_2 = \frac{M}{k} = \frac{\bar{M}}{k}$$

$$Y_1 = \bar{C} + cY_1 + \bar{I} + mY_2 + he - qY_1 + \bar{G}$$

$$Y_2 = \bar{C} + cY_2 + \bar{I} + mY_1 + he - qY_2 + \bar{G}$$

$$Y_1 - Y_2 = cY_1 - cY_2 + mY_2 - mY_1 - qY_1 + qY_2 \Rightarrow$$

$$Y_1 \cdot (1 - c + m + q) = Y_2 \cdot (1 - c + m + q) \Rightarrow$$

$$Y_1 = Y_2 \Rightarrow$$

$$Y_1 + Y_2 = 2Y_1 = \frac{\bar{M}}{k} \Rightarrow Y_1 = Y_2 = \frac{\bar{M}}{2k}$$

**b) Wie wirkt eine Erhöhung der Geldmenge um  $\Delta M$  ?**

$$M = \bar{M} + \Delta M \Rightarrow Y_1 = Y_2 = \frac{\bar{M} + \Delta M}{2k}$$

**c) Wie wirkt eine Erhöhung der Staatskäufe im Land 1 auf  $1,5\bar{G}$ ?**

$$Y_1 = \bar{C} + cY_1 + \bar{I} + mY_2 + he - qY_1 + 1,5\bar{G}$$

$$Y_2 = \bar{C} + cY_2 + \bar{I} + mY_1 + he - qY_2 + \bar{G}$$

$$Y_1 - Y_2 = cY_1 - cY_2 + mY_2 - mY_1 - qY_1 + qY_2 + 0,5\bar{G} \Rightarrow$$

$$Y_1 \cdot (1 - c + m + q) = Y_2 \cdot (1 - c + m + q) + 0,5\bar{G} \Rightarrow Y_1 = Y_2 + 0,5\bar{G} \text{ und } Y_2 = Y_1 - 0,5\bar{G}$$

$$Y_1 + Y_2 = \frac{\bar{M}}{k} = 2Y_2 + 0,5\bar{G} \Rightarrow Y_2 = \frac{\bar{M}}{2k} - 0,25\bar{G} \Rightarrow Y_1 = \frac{\bar{M}}{2k} + 0,25\bar{G}$$

**d) Ausgehend von a). Das Vollbeschäftigungseinkommen ist in beiden Ländern  $\bar{Y}$ . Die Differenz zum Vollbeschäftigungseinkommen beträgt im Land 1  $D_1 = 3D$  und im Land 2  $D_2 = D$ . Wie kann Geldpolitik und Fiskalpolitik dazu genutzt werden, Vollbeschäftigung in den beiden Ländern herzustellen?**

$$dY_1 = 3 \quad dY_2 = 1$$

$$dY_1 = cdY_1 + mdY_2 + hde - qdY_1 + d\bar{G}_1$$

$$dY_2 = cdY_2 + mdY_1 + hde - qdY_2$$

$$dM = kdY_1 + kdY_2$$

$$dY_1 - dY_2 = cdY_1 - cdY_2 + mdY_2 - mdY_1 - qdY_1 + qdY_2 + d\bar{G}_1 \Rightarrow$$

$$dY_1 \cdot (1 - c + m + q) = dY_2 \cdot (1 - c + m + q) + d\bar{G}_1 \Rightarrow dY_1 = dY_2 + \frac{d\bar{G}_1}{(1 - c + m + q)} \Rightarrow$$

$$d\bar{G}_1 = \frac{dY_1 - dY_2}{(1 - c + m + q)} = \frac{3 - 1}{(1 - c + m + q)} = \frac{2}{(1 - c + m + q)}$$

$$dM = k(dY_1 + dY_2) = 4k$$

**4. Wachstum in der kleinen offenen Wirtschaft. Gegeben sind die folgenden Funktionen:**

$$Y = K^{0,8} \cdot N^{0,2} \quad n = 0,02 \quad S = 0,2(Y + rF) \quad r^* = 0,04$$

a) Stellen Sie das Modell in einem System von fünf Gleichungen dar. Leiten Sie dabei die Bewegungsgleichung für das Pro-Kopf-Auslandvermögen ab.

$$\begin{aligned}
 Y &= K^\alpha \cdot N^\beta \\
 \Pi &= Y - rK - wN \Rightarrow \\
 \frac{\partial Y}{\partial K} &= r = \alpha K^{\alpha-1} N^\beta = \alpha \frac{Y}{K} \Rightarrow \alpha \frac{y}{k} = r \\
 y &= \frac{Y}{N} = \frac{K^\alpha \cdot N^\beta}{N} = \frac{K^\alpha \cdot N^{1-\alpha}}{N} = \frac{K^\alpha}{N^\alpha} = \left(\frac{K}{N}\right)^\alpha = k^\alpha \\
 r &= \alpha \cdot \frac{k^\alpha}{k} \Rightarrow \frac{\alpha}{r} = \frac{k}{k^\alpha} = \frac{k}{k^{1-\beta}} = k^\beta \Rightarrow k = \left(\frac{\alpha}{r}\right)^{\frac{1}{\beta}} \\
 y &= k^\alpha = \left(\frac{\alpha}{r}\right)^{\frac{\alpha}{\beta}} \\
 \hat{r} &= \hat{\alpha} + \hat{Y} - \hat{K} \quad \text{mit } \hat{r}, \hat{\alpha} = 0 \Rightarrow \hat{Y} = \hat{K} \quad \text{und } \hat{N} = n \\
 \hat{Y} &= \alpha \hat{K} + \beta n = \alpha \hat{Y} + \beta n \Rightarrow \beta \hat{Y} = \beta n \Rightarrow \hat{Y} = \hat{K} = n \\
 \hat{K} &= \frac{\dot{K}}{K} = n \Rightarrow \dot{K} = nK = I \Rightarrow i = nk \\
 c &= (1-s) \cdot (y + rf) \\
 y &= c + i + x = (1-s) \cdot (y + rf) + nk + x \\
 x &= y - (y - sy + rf - srf + nk) = sy - rf + srf - nk \\
 e &= x + rf = sy + srf - nk \\
 \dot{f} &= \frac{\dot{FN} - \dot{NF}}{N^2} = \frac{\dot{F}}{N} - \frac{\dot{N}}{N} \cdot \frac{F}{N} = e - nf \quad \text{mit } \dot{F} = E
 \end{aligned}$$

b) Bestimmen Sie das Wachstumsgleichgewicht! Geben Sie die folgenden Pro-Kopf-Größen an: Produktion, Auslandsvermögen, Einkommen der Inländer, Leistungsbilanzüberschuss, Handelsbilanzüberschuss, Konsum.

Im Wachstumsgleichgewicht gilt:  $\dot{f} = 0$  dann folgt aus  $\dot{f} = e - nf \Rightarrow e = nf$

$$y = \left(\frac{\alpha}{r}\right)^{\frac{\alpha}{\beta}} = \left(\frac{0,2}{0,04}\right)^{\frac{0,2}{0,8}} = \underline{1,495} \quad k = \left(\frac{\alpha}{r}\right)^{\frac{1}{\beta}} = \left(\frac{0,2}{0,04}\right)^{\frac{1}{0,8}} = \underline{7,477}$$

$$f = \frac{sy - nk}{n - rs} = \frac{0,2 \cdot 1,495 - 0,02 \cdot 7,477}{0,02 - 0,04 \cdot 0,2} = \underline{12,455}$$

$$y + rf = 1,495 + 0,04 \cdot 12,455 = \underline{1,9932}$$

$$e = nf = 0,02 \cdot 12,455 = \underline{0,2491}$$

$$e = x + rf \Rightarrow x = e - nf = 0,2491 - 0,04 \cdot 12,455 = \underline{-0,2491}$$

$$c = (1-s) \cdot (y + rf) = 0,8 \cdot 1,9932 = \underline{1,59456}$$

c) Die Sparquote sinkt auf  $s=0,1$ . Erläutern Sie den ersten Schritt im Anpassungsprozess. Bestimmen Sie die Pro-Kopf-Größen: Produktion, Auslandsvermögen, Einkommen der Inländer, Leistungsbilanzüberschuss, Handelsbilanzüberschuss, Konsum. Zeigen Sie, dass das Pro-Kopf-Auslandsvermögen fällt!

$$s \downarrow$$

kurzfristig:  $y \rightarrow, f \rightarrow, k \rightarrow, n \rightarrow, r \rightarrow$

$$c = (1 - s \downarrow) \cdot (y + rf \rightarrow) \Rightarrow c \uparrow$$

$$x = y \rightarrow - c \uparrow - nk \rightarrow \Rightarrow x \downarrow$$

$$e = x \downarrow + rf \rightarrow \Rightarrow e \downarrow$$

$$e < nf$$

mittelfristig:  $\dot{f} = e - nf \Rightarrow \dot{f} < 0 \Rightarrow f \downarrow$

$$c = (1 - s) \cdot (y + rf \downarrow) \Rightarrow c \downarrow$$

$$x = y - c \downarrow - nk \Rightarrow x \uparrow$$

$$e = x \uparrow + rf \downarrow \Rightarrow e = nf$$

langfristig: Alle Pro-Kopf-Größen sind konstant.

$$e_{\infty} < e_0 \quad f_{\infty} < f_0 \quad x_{\infty} > x_0 \quad c_{\infty} < c_0$$

$$y = \underline{1,495}$$

$$f = \frac{sy - nk}{n - rs} = \frac{0,1 \cdot 1,495 - 0,02 \cdot 7,477}{0,02 - 0,04 \cdot 0,1} = \underline{-0,0025}$$

$$y + rf = 1,495 + 0,04 \cdot (-0,0025) = \underline{1,4949}$$

$$e = nf = 0,02 \cdot (-0,0025) = \underline{-0,00005}$$

$$x = e - rf = -0,00005 - 0,04 \cdot (-0,0025) = \underline{0,00005}$$

$$c = (1 - s) \cdot (y + rf) = 0,9 \cdot 1,4949 = \underline{1,34541}$$

$$f \text{ vor Schock} = 12,455$$

$$f \text{ nach Schock} = -0,0025 \Rightarrow \Delta f = -12,4575$$

