

Aufgabe 1, (30 Punkte)

Die Marketing-Abteilung der Hamburger Bierbrauerei „Basta“ vermutet eine direkte Abhängigkeit der umgesetzten Menge Bier y_t (gemessen in 1000 hl) von den während der Sommerzeit gemessenen Durchschnittstemperaturen x_t (in Grad Celsius) in der Woche t . Für einen Zeitraum von 20 Wochen wurde dabei das folgende lineare Regressionsmodell zur Beschreibung des Bierumsatzes benutzt:

$$y_t = \beta_1 + x_t \cdot \beta_2 + u_t,$$

wobei die üblichen Annahmen gelten. Als Zwischenergebnis stehen Ihnen folgende Größen zur Verfügung.

$$\sum_{t=1}^{20} x_t = 337, \quad \sum_{t=1}^{20} x_t^2 = 5840, \quad \sum_{t=1}^{20} y_t = 365,9, \quad \sum_{t=1}^{20} y_t^2 = 6734,18, \quad \sum_{t=1}^{20} x_t \cdot y_t = 6244,82$$

1. Interpretieren Sie die Parameter β_1 und β_2 im obigen Modell.
2. Bestimmen Sie in diesem Modell die Kleinste-Quadrate-Schätzungen für die Parameter β_1 und β_2 .
3. Schätzen Sie die Varianz des Störterms u_t .
4. Bestimmen sie die empirischen Varianzen von $\hat{\beta}_1$ und $\hat{\beta}_2$.
5. Ermitteln und interpretieren Sie für das obige Modell das Bestimmtheitsmaß R^2 .
6. Testen Sie jeweils die Nullhypothese $H_0 : \beta_i = 0$ gegen die Alternativhypothese $H_1 : \beta_i \neq 0$ für $i = 1, 2$ und geben Sie für β_1 und β_2 die 95%-Konfidenzintervalle an.
7. Überprüfen Sie die Hypothese

$$H_0 : \beta_2 \geq 0,53$$

mittels geeigneter Alternativ-Hypothese zum Niveau $\alpha = 0,05$ und $\alpha = 0,01$.

8. Wie ändern sich die Schätzer aus Aufgabenteil 2, falls die Temperaturen x_t in Abweichungen von 20 Grad Celsius gemessen werden?

Aufgabe 2, (20 Punkte)

1. Nennen und erläutern Sie die Standardannahmen des einfachen linearen Regressionsmodells.
2. Was sind lineare unverzerrte Schätzfunktionen?
3. Was ist ein BLUE? Welche Annahmen benötigt man, um diese Eigenschaft für die Kleinste-Quadrate-Schätzer zu zeigen? Begründen Sie ausführlich.
4. Leiten Sie unter der Annahme, daß die Varianz des Störterms σ^2 bekannt ist, eine Teststatistik zur Überprüfung der Hypothese $\beta_2 = 0$ gegen die Alternative $\beta_2 \neq 0$ her. Gehen Sie dabei auch auf die resultierenden Verteilungsfunktionen ein.